A2026 – PHYSIQUE II PC

ÉCOLE NATIONALE DES PONTS et CHAUSSÉES,
ISAE-SUPAERO, ENSTA,
TÉLÉCOM PARIS, MINES PARIS - PSL,
MINES SAINT-ÉTIENNE, MINES NANCY,
IMT ATLANTIQUE, ENSAE PARIS,
CHIMIE PARISTECH - PSL.

Concours Mines-Télécom,
Concours Centrale-Supélec (Cycle International).

CONCOURS 2026

DEUXIÈME ÉPREUVE DE PHYSIQUE

Durée de l'épreuve : 4 heures

L'usage de la calculatrice ou de tout dispositif électronique est interdit.

Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente
sur la première page de la copie :

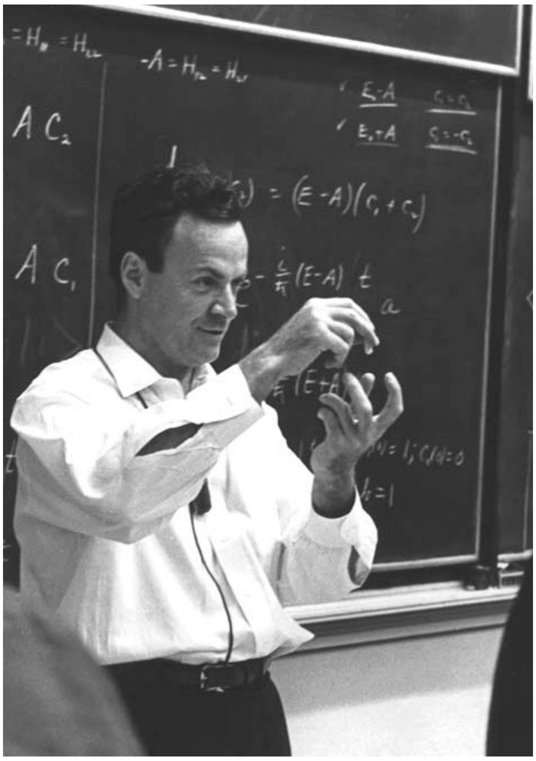
PHYSIQUE II - PC

L'énoncé de cette épreuve comporte 7 pages de texte.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

.

Quelques réflexions de Richard Feynman



Richard Phillips Feynman (11 mai 1918 - 15 février 1988) est l'un des physiciens les plus influents de la seconde moitié du XX[e] siècle, en raison notamment de ses travaux sur l'électrodynamique quantique relativiste, pour lesquels il reçut le prix Nobel de physique en 1965. On se propose dans ce sujet d'étudier certaines de ses réflexions sur la physique. Les vecteurs sont généralement repérés par une flèche ($\vec{v}$), sauf s'ils sont unitaires : ils sont alors surmontés d'un chapeau ($\|\widehat{e}_x\| = 1$). Les applications numériques seront proposées avec deux chiffres significatifs, les données utiles sont rassemblées en fin d'énoncé. Une grandeur surmontée de n points désigne sa dérivée totale $n-$ième par rapport au temps : $\dot{x} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$, $\ddot{x} = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$, $\dddot{x} = \frac{\mathrm{d}^3x}{\mathrm{d}t^3}$, etc.

I L'hypothèse atomique

« Si, dans un cataclysme, toutes les connaissances scientifiques devaient être détruites et si une seule phrase était transmise aux générations suivantes, je crois que l'hypothèse atomique, i.e. que toutes les choses sont constituées de petites particules qui se déplacent dans un mouvement perpétuel, s'attirant quand elles sont un peu éloignées, mais se repoussant après avoir été pressées l'une vers l'autre, est la phrase qui contient le plus d'information en un minimum de mots. » R. Feynman.

I.A Taille de l'électron

On assimile l'électron à un point de masse m et de charge $-e$, situé à l'origine O d'un repère de coordonnées cartésiennes (x,y,z).

❏ – **1.** Représenter, sur une figure, l'électron dans sa base cartésienne ($\widehat{e}_x$, $\widehat{e}_y$, $\widehat{e}_z$) ainsi qu'un point M dont les coordonnées sphériques sont telles que $r > 0$, $\theta \in [0,\pi/2]$ et $\varphi \in [0,\pi/2[$, on précisera également les vecteurs correspondants $\widehat{e}_r$, $\widehat{e}_\theta$ et $\widehat{e}_\varphi$ de la base sphérique locale.

❏ – **2.** Donner le champ électrique $\vec{E}(M)$ créé par l'électron en M.

❏ – **3.** Donner la densité locale d'énergie électrique w associée au champ électrique de cet électron ponctuel en fonction de $\vec{E}$ et ϵ_0.
En déduire l'énergie électrostatique totale W_e associée. Conclure.

Feynman et bien d'autres physiciens proposent de reprendre ce calcul avec un modèle plus réaliste (bien que classique) pour l'électron, en lui donnant une taille : on assimile l'électron à une petite boule de rayon $r_e > 0$ et de densité volumique de charge ρ constante.

❏ – **4.** En utilisant les symétries et les invariances du problème, déterminer le champ électrique $\vec{E}(M)$ créé dans tout l'espace par cet électron non ponctuel.
En déduire, en fonction de e, r_e et ϵ_0, l'énergie électrostatique totale W_e associée.

❏ – **5.** En assimilant l'énergie obtenue précédemment à l'énergie de masse de l'électron $\mathcal{E}_{m,e}$, donnée par la célèbre formule d'Albert Einstein, déduire l'expression de la taille r_e en fonction de e, $\mathcal{E}_{m,e}$ et de la constante $\chi = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \simeq 1{,}5 \times 10^{-9}$ SI. Calculer alors sa valeur numérique. Commenter.

I.B Taille d'un atome

Dans son fameux cours de physique [1], Richard Feynman propose quelques idées pour déterminer la taille des atomes. Comme il l'indique, « *les idées sont justes mais l'analyse n'est pas très précise* ».

❏ – **6.** En mécanique quantique, l'électron est décrit par une fonction d'onde complexe $\Psi(M,t)$. Donner (selon le postulat de Born) l'interprétation physique de la quantité réelle $|\Psi(M,t)|^2$.

Dans son modèle de l'atome d'hydrogène, Feynman estime que le noyau est fixe et que la dispersion en position de l'électron autour du noyau de l'atome correspond à une longueur a caractérisant la taille de l'atome dans son état fondamental. Il propose également d'estimer l'écart-type $\sqrt{\langle p^2 \rangle}$ autour de l'impulsion moyenne de cet atome par sa dispersion Δp issue d'une relation d'indétermination de Heisenberg de la forme $\Delta x \Delta p \simeq \hbar$.

❏ – **7.** Dans le modèle de Feynman pour l'atome d'hydrogène dans son état fondamental, déterminer l'expression de $\sqrt{\langle p^2 \rangle}$ en fonction de a puis celle de son énergie cinétique moyenne $\langle \mathcal{E}_\mathrm{c} \rangle$ en fonction de $\hbar$, m_e et a.

❏ – **8.** En déduire, toujours en fonction de la taille typique a de l'atome d'hydrogène, l'énergie mécanique moyenne $\langle \mathcal{E}_\mathrm{m} \rangle$ de l'électron.

Dans son modèle, Feynman estime que la taille a_0 de l'atome d'hydrogène dans son état fondamental correspond à celle qui minimise son énergie mécanique moyenne.

❏ – **9.** Déterminer l'expression de a_0.
Effectuer l'application numérique. Commenter.

❏ – **10.** Déterminer alors dans ce modèle, l'énergie $\langle \mathcal{E}_{\mathrm{m},0} \rangle$ de l'atome dans son état fondamental, que l'on exprimera en fonction de $\mathcal{E}_{m,e}$ et de la constante de structure fine $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \simeq \frac{1}{137}$.
En déduire son énergie d'ionisation $\mathcal{E}_i$ et donner sa valeur numérique en électron-volts.

II Le paradoxe de Feynman

« *En physique, un paradoxe n'est qu'une confusion dans notre propre compréhension. [...]*
La solution de ce paradoxe n'est pas simple, et ce n'est pas un truc. Quand vous l'aurez trouvée, vous aurez découvert un principe important de l'électromagnétisme. » [2]

II.A Énergie et impulsion du champ électromagnétique

❏ – **11.** Écrire les équations de Maxwell décrivant le champ électromagnétique dans le vide.
En déduire l'équation de propagation du champ électrique $\vec{E}(M,t)$ dans le vide.
Comment s'appelle cette équation ?
Est-elle réversible dans le temps ?
En précisant la grandeur physique qui la vérifie ainsi que les constantes qui y apparaissent, citer un autre domaine de la physique où l'on rencontre cette équation aux dérivées partielles.

1. Le cours de physique de Feynman, Mécanique quantique, 1979, Interedition, Paris - Chapitre 2, page 24
2. Le cours de physique de Feynman, Electromagnétisme 1, 1979, Interedition, Paris - Chapitre 17, page 294

Les directions de l'espace sont indiquées par la base cartésienne $\mathcal{B} = (\widehat{e}_x, \widehat{e}_y, \widehat{e}_z)$, orthonormée. On envisage une solution de l'équation précédente sous la forme d'onde plane progressive harmonique (O.P.P.H.) en un point M de coordonnées (x,y,z) dans $\mathcal{B}$ à l'instant t : $\vec{E}(M,t) = E_0 \cos(\omega t - kz)\,\widehat{e}_x$ avec $k > 0$.

❏ – **12.** Quelle est sa direction de propagation ?
Quel est son état de polarisation ?
Expliquer en quoi cette solution constitue une O.P.P.H.
Vérifier qu'elle est acceptable à condition que k et ω satisfassent une relation dite de dispersion que l'on explicitera.

❏ – **13.** Déterminer le champ magnétique $\vec{B}(M,t)$ associé à cette onde.
Résumer les principales caractéristiques l'onde électromagnétique.

❏ – **14.** Exprimer le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ associé à cette onde.
En déduire la puissance moyenne $\langle \mathcal{P} \rangle$ qui traverse une surface $\mathscr{S}$ orthogonale à la direction de propagation et qui est orientée dans le sens de la propagation. On exprimera cette puissance en fonction de c, ϵ_0, E_0 et $\mathscr{S}$.

La modélisation quantique du champ électromagnétique fait appel à la notion de photon, « grain » de lumière de masse nulle d'énergie $\mathcal{E}_\gamma = h\nu$: une onde électromagnétique de fréquence ν étalée au sein d'un faisceau de section $\mathscr{S}$ correspond alors à un flux de photons d'énergie $\mathcal{E}_\gamma$. Dans cette modélisation on note $\frac{\mathrm{d}N_\gamma}{\mathrm{d}t}$ le nombre moyen de photons traversant par unité de temps la section $\mathscr{S}$ du faisceau.

❏ – **15.** Exprimer $\frac{\mathrm{d}N_\gamma}{\mathrm{d}t}$ en fonction de $\langle \mathcal{P} \rangle$, h, c et de la longueur d'onde λ associée au champ électromagnétique.

On précise qu'une particule relativiste de masse m et d'impulsion $\vec{p}$ possède une énergie dont l'expression générale est donnée par la relation $\mathcal{E} = \sqrt{\vec{p}\cdot\vec{p}\,c^2 + m^2c^4}$. On note n_γ le nombre de photons par unité de volume dans le faisceau de section $\mathscr{S}$.

❏ – **16.** Exprimer, en fonction notamment de n_γ et de la fréquence ν, l'énergie $\delta\mathcal{E}$ qui traverse la section $\mathscr{S}$ du faisceau.
Faire le lien entre $\delta\mathcal{E}$ et le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ de l'onde électromagnétique constituant le faisceau.
En déduire que ce faisceau est associé à une densité volumique d'impulsion $\vec{p}_{\gamma,\mathrm{vol}}$ qui s'exprime sous la forme $\vec{p}_{\gamma,\mathrm{vol}} = \xi\,\vec{E}\wedge\vec{B}$ où l'on identifiera la constante ξ.

II.B Mise en rotation d'une coquille uniformément chargée en surface par extinction d'un moment magnétique

Nous envisageons ici une variante d'une expérience imaginée par Feynman, dans laquelle la conservation du moment cinétique semble, à première vue, mise en défaut.
Une coquille sphérique isolante représentée sur la partie gauche de la figure 1, de masse m et de rayon a, porte une charge répartie uniformément sur sa surface avec la densité σ, les charges sont liées à la sphère. Cette coquille peut tourner librement autour de l'axe $(O,\widehat{e}_z)$ d'un référentiel cartésien $\{O, \widehat{e}_x, \widehat{e}_y, \widehat{e}_z\}$.
Un moment magnétique $\vec{s}\,(t)$ est créé en O, par exemple, en alimentant une petite spire de courant située dans le plan $(O, \widehat{e}_x, \widehat{e}_y)$. En diminuant le courant, on éteint progressivement ce moment magnétique dont l'intensité passe d'une valeur initiale s_0 à la valeur nulle.
On considère un référentiel sphérique $\{O, \widehat{e}_r, \widehat{e}_\theta, \widehat{e}_\varphi\}$ dans lequel l'angle θ est compté depuis $\widehat{e}_z$. On donne le champ magnétique $\vec{B}$ créé par le dipôle $\vec{s}$ en un point M tel que $\overrightarrow{OM} = r\,\widehat{e}_r$ situé loin de O :

$$\vec{B}(M,t) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{3\,[\vec{s}\,(t)\cdot\widehat{e}_r]\,\widehat{e}_r - \vec{s}\,(t)}{r^3}$$

On rappelle également que le moment d'inertie J de la coquille par rapport à l'axe $(O,\widehat{e}_z)$ est donné par la relation $J = \frac{2}{3}\,ma^2$.

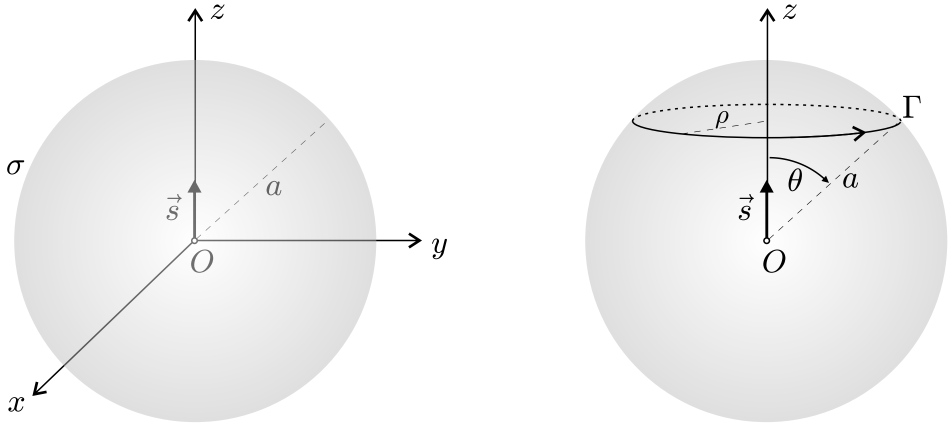


FIGURE 1 – Le dipole $\vec{s}$, la coquille chargée et le cercle Γ.

❑ – **17**. Examiner avec soin les symétries et les invariances du moment magnétique $\vec{s}(t)$. Pour cela, on pourra raisonner sur la spire de courant qui le génère.

En exploitant le principe de Curie, déterminer la direction du champ électrique $\vec{E}(M,t)$ induit par $\vec{B}(M,t)$ et montrer que la seule composante non nulle de $\vec{E}(M,t)$ dans la base sphérique est indépendante de la variable φ.

❑ – **18**. Rappeler l'équation de Maxwell-Faraday, puis sa forme intégrale.

Soit le cercle Γ d'axe $(O, \widehat{e}_z)$, inscrit sur la coquille chargée, de rayon ρ, orienté selon $\vec{e}_\varphi$, vu sous l'angle θ depuis l'origine O et représenté sur la partie droite de la figure 1. Montrer que le flux du champ magnétique créé par le dipôle $\vec{s}(t)$ à travers la surface $\mathscr{S}$ de la calotte sphérique s'appuyant sur le contour Γ s'écrit $\Phi = \dfrac{\mu_0\, s(t)}{na} \sin^2\theta$ où n est un nombre entier que l'on précisera. On rappelle que $\widehat{e}_z = \cos\theta\, \widehat{e}_r - \sin\theta\, \widehat{e}_\theta$.

❑ – **19**. Déduire des deux questions précédentes l'expression du champ électrique induit $\vec{E}(M,t)$ créé par le moment magnétique variable $\vec{s}(t)$ dans tout l'espace. On exprimera l'amplitude de ce champ en fonction de μ_0, θ, a et $\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$.

❑ – **20**. En déduire la force électrique $\mathrm{d}\vec{F}_e$ s'exerçant sur un élément de surface $\mathrm{d}\mathscr{S}$ de la coquille sphérique chargée, puis le moment élémentaire $\mathrm{d}\mathscr{M}_{e,z}$ de cette action mécanique électrique par rapport à l'axe $(O, \widehat{e}_z)$.

❑ – **21**. Déterminer le moment total de la force électrique $\mathscr{M}_{e,z}$, par rapport à l'axe $(O, \widehat{e}_z)$, s'exerçant sur la coquille.

❑ – **22**. En ne tenant compte que de l'action du champ électrique induit, déterminer la vitesse de rotation finale ω_F de la sphère, lorsque le moment magnétique a disparu complètement. On exprimera ω_F en fonction de m, a, σ, μ_0 et s_0.

Pourquoi la force magnétique ne contribue-t-elle pas au moment des actions extérieures par rapport à l'axe $(O, \widehat{e}_z)$?

À l'instant initial, la coquille ne possède pas de moment cinétique puisqu'elle est immobile.
Dans l'état final, son moment cinétique est non nul puisqu'elle tourne. Il ne se conserve donc pas alors que le système $\{\vec{s}$ - coquille$\}$ est isolé.

❑ – **23**. En vous inspirant des résultats de la partie **II.A**, proposez une explication qualitative à ce paradoxe.

III La force de l'électron sur lui-même

« L'électron exerce sur lui-même une force qui tend à empêcher son accélération. Il se retient par ses propres lacets de chaussures. » [3]

Toute charge q accélérée émet un rayonnement électromagnétique dont la puissance est donnée par la formule de Larmor :

$$\mathcal{P} = \frac{q^2\,\gamma^2}{6\,\pi\,\epsilon_0\,c^3}$$

où γ désigne l'accélération de la charge.

III.A Moment cinétique d'un atome

Dans le modèle atomique de Thomson, un atome d'hydrogène est constitué d'une sphère de centre O et de rayon a. La charge positive e de l'atome, appelée noyau par la suite, est fixe et uniformément répartie à l'intérieur de la sphère.

❏ – **24.** Par analogie avec la question **4**, exprimer le champ électrique $\vec{E}_{\text{noy}}(M)$ créé par le noyau en tout point M à l'intérieur de l'atome.

En déduire que la force exercée par le noyau sur l'électron (masse m_e, charge $-e$), lorsque celui-ci se déplace uniquement suivant $(O, \widehat{e}_x)$, s'écrit : $\vec{F}_{\text{noy}} = -m_e\,\omega_0{}^2\,x\,\widehat{e}_x$. On identifiera ω_0 en fonction de e, m_e, ϵ_0 et a.

❏ – **25.** En l'absence de perte par rayonnement, déterminer $x(t)$ pour des conditions initiales $x(0) = x_0$ et $\dot{x}(0) = 0$.

En déduire l'énergie mécanique moyenne $\langle\,\mathcal{E}\,\rangle$, sur une période d'oscillation de l'électron, en fonction de m_e, ω_0 et x_0.

Cet électron oscillant émet un rayonnement dont la puissance moyenne $\langle\,\mathcal{P}\,\rangle$, sur une période d'oscillation T_0 de l'électron, suit la formule de Larmor. On se place dans un régime quasi-statique où l'expression de $\langle\,\mathcal{E}\,\rangle$ reste semblable à celle établie à la question précédente mais simplement dépend du temps pour appliquer le théorème de la puissance mécanique.

❏ – **26.** Exprimer $\langle\,\mathcal{P}\,\rangle$ en fonction de $\langle\,\mathcal{E}\,\rangle$ puis l'équation différentielle vérifiée par $\langle\,\mathcal{E}\,\rangle$.

En déduire que $\langle\,\mathcal{E}\,\rangle(t) = \mathcal{E}_0 \exp\left(-\Gamma\,t\right)$, on exprimera Γ en fonction des données puis on calculera sa valeur numérique pour la raie bleue du spectre de l'atome d'hydrogène $\lambda_0 = 486{,}1\,\text{nm}$.

❏ – **27.** Estimer et commenter l'ordre de grandeur de la longueur $\mathcal{L}$ du train d'onde pour cette émission.

En comparant $1/\Gamma$ à T_0, justifier le calcul effectué.

Il est possible d'associer une force $\vec{F}_{\text{rad}}$, appelée force d'Abraham [4]-Lorentz, à cette perte d'énergie de l'électron par rayonnement.

❏ – **28.** Grâce à une intégration par parties, exprimer $\langle\,\mathcal{P}\,\rangle$ comme la puissance d'une force $\vec{F}_{\text{rad}} = m_e\,\tau\,\dddot{x}\,\widehat{e}_x$ moyennée sur une période d'oscillation T_0. On dentifiera τ en fonction de Γ et ω_0.

❏ – **29.** À quelle condition sur τ, la force $\vec{F}_{\text{rad}}$ agit-elle comme un terme perturbateur du mouvement (i.e. on peut la négliger devant $\vec{F}_{\text{noy}}$) ? On considèrera $\vec{F}_{\text{rad}}$ comme un infiniment petit d'ordre 1 par la suite.

En s'aidant d'une étude du mouvement à l'ordre 0, montrer que l'équation différentielle vérifiée à l'ordre 1 par $x(t)$ est celle d'un oscillateur amorti dont on précisera le facteur de qualité Q.

Évaluer numériquement Q pour la raie bleue de l'atome d'hydrogène et commenter sa valeur.

Dorénavant le mouvement de l'électron n'est plus rectiligne selon $(O, \widehat{e}_x)$ mais il s'effectue dans le plan perpendiculaire à $(O, \widehat{e}_z)$ passant par O. On utilise les coordonnées polaires (r,θ) dans ce plan pour décrire ce mouvement.

---

3. Le cours de physique de Feynman, Electromagnétisme 2, 1979, Interedition, Paris - Chapitre 28, page 131
4. Max Abraham est un physicien allemand qui élabora en 1902 une théorie de l'électron.

En généralisant l'approche menée dans les questions précédentes, on montre que l'électron est soumis :

— à une force de rappel conservative $\vec{F}_{\text{noy}}$ de la part du noyau, dérivant d'une énergie potentielle $\mathcal{E}_{\text{p}}(r)$;

— à une force de freinage par rayonnement qui s'écrit $\vec{F}_{\text{rad}} = \tau\,(\vec{v}\cdot\overrightarrow{\text{grad}})\vec{F}_{\text{noy}}$.

❏ – **30**. Exprimer, dans la base polaire, la résultante des forces subies par l'électron en fonction notamment de $\mathcal{E}_{\text{p}}(r)$.

On note $\vec{L}_O$ le moment cinétique orbital de l'électron par rapport au centre fixe de l'atome noté O.

❏ – **31**. Démontrer l'égalité $\dfrac{d\vec{L}_O}{dt} = f(r)\dfrac{d\mathcal{E}_{\text{p}}(r)}{dr}\vec{L}_O$ en précisant l'expression de $f(r)$.

❏ – **32**. Si $\vec{F}_{\text{noy}} = -m_e\,\omega_0{}^2\,r\,\widehat{e}_r$, déterminer $\vec{L}_O(t)$ pour un moment cinétique initial $\vec{L}_O(0)$ donné.
Quelle est la durée caractéristique de décroissance du moment cinétique ?
Où « passe » le moment cinétique perdu par l'atome ?

III.B Stabilité d'un atome classique

Dans cette partie, on abandonne le modèle de Thomson et la modélisation harmonique de la force exercée par le noyau sur l'électron. On considère un électron (masse m_e, charge $-e$) en orbite circulaire de rayon r autour du noyau d'un atome, de charge Ze, considéré comme ponctuel et fixe en O.

❏ – **33**. Rappeler l'expression de la force coulombienne exercée par le noyau sur l'électron.
En l'absence de toute autre interaction, justifier que le mouvement de l'électron est uniforme.
Déterminer la vitesse v de l'électron sur son orbite ainsi que la période T du mouvement. Comment nomme-t-on cette dernière relation ?
Exprimer l'énergie mécanique $\mathcal{E}$ de l'électron en fonction de r.

Afin de prendre en compte les perturbations dues aux effets radiatifs qui vont induire une perte d'énergie, on utilise à nouveau la formule de Larmor. Toutefois cette perte reste très faible sur le temps correspondant à la période de l'orbite non perturbée, ainsi l'orbite perturbée est quasi-circulaire de rayon faiblement décroissant à l'échelle des temps atomiques. On parle de décroissance quasi-statique.

❏ – **34**. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par le rayon $r(t)$ de l'orbite de l'électron.
En déduire $r(t)$ si le rayon initial est noté r_0.
Dans le cas de l'atome d'hydrogène pour lequel $r_0 = 53\,\text{pm}$, calculer le temps d'« effondrement » de l'électron sur le noyau.
En déduire une expression littérale puis une estimation numérique du nombre de tours effectués par cet électron pendant la durée de sa chute sur le noyau.

❏ – **35**. Selon vous, comment la mécanique quantique permet-elle de remédier aux problématiques soulevées par les questions **32** et **34** ?

Données utiles

- Charge élémentaire : $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$
- Électron volt : $1\mathrm{eV} = 1 \times e\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{C}^{-1}$
- Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3{,}0 \times 10^{8}\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$
- Masse de l'électron : $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$
- Énergie de masse de l'électron : $\mathcal{E}_{m,e} = m_e c^2 = 0{,}5\,\mathrm{MeV}$
- Permittivité dielectrique du vide : $\epsilon_0 = 8{,}9 \times 10^{-12}\,\mathrm{F}\cdot\mathrm{m}^{-1}$
- Constante : $\chi = \dfrac{e}{4\pi\epsilon_0} \simeq 1{,}5 \times 10^{-9}\,\mathrm{SI}$
- Constante : $\dfrac{e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} = 5{,}7 \times 10^{-54}\,\mathrm{SI}$
- Constante de Planck réduite : $\hbar = \dfrac{h}{2\pi} \simeq 1{,}0 \times 10^{-34}\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{s}$
- Pour tout champ de vecteurs dérivable $\vec{A}$, on montre que

$$\vec{\mathrm{rot}}\left(\vec{\mathrm{rot}}\vec{A}\right) = \vec{\mathrm{grad}}\left(\mathrm{div}\vec{A}\right) - \vec{\Delta}\vec{A}$$

- En coordonnées polaires :

$$\left(\vec{A}\cdot\overrightarrow{\mathrm{grad}}\right)\vec{B} = \left(A_r\,\frac{\partial B_r}{\partial r} + \frac{A_\theta}{r}\frac{\partial B_r}{\partial \theta} - \frac{A_\theta\,B_\theta}{r}\right)\widehat{e_r} + \left(A_r\,\frac{\partial B_\theta}{\partial r} + \frac{A_\theta}{r}\frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} + \frac{A_\theta\,B_r}{r}\right)\widehat{e_\theta}$$

- On précise que $\displaystyle\int_0^\pi \sin^3 x\,\mathrm{d}x = \frac{4}{3}$

FIN DE L'ÉPREUVE