en prenant garde au fait que l’intégrale de f'' sur $\mathbb{R}$ n’est que semi-convergente.

Question 16. Les candidats ayant abordé cette question se sont souvent arrêtés après la double intégration par parties.

Les questions suivantes ont été rarement abordées avec succès.

1.6. Mathématiques I — PSI

Le joli problème de mathématiques de cette année permet d’obtenir, par une méthode probabiliste, un équivalent en l’infini d’une famille de fonctions. La première partie porte sur l’étude de séries entières : rayon de convergence et développements classiques. La deuxième partie donne, à l’aide des probabilités, un équivalent en l’infini d’une fonction définie comme somme d’une série entière. La partie III permet de déduire de II d’autres comportements asymptotiques. Dans la partie IV, on déduit de III le comportement en l’infini d’une solution d’équation différentielle.

Le problème contient un certain nombre de questions élémentaires et proches du cours, qui ont été abordées par une majorité de candidats, pour lesquelles le barème était volontairement généreux. Le reste est de difficulté raisonnable, mais demande un peu plus d’initiative. Cette épreuve a parfaitement répondu aux attentes du concours. La diversité des thèmes abordés ainsi que le panachage dans la difficulté des questions ont su départager les candidats.

Analysons maintenant les réponses aux questions.

Question 1. Cette question est presque toujours abordée. Le critère de d’Alembert est généralement utilisé, mais les simplifications dans les calculs sont parfois folkloriques. Un argument du type « par croissance comparée, on a aussitôt... » ne donne pas de point.

Question 2. Les développements usuels en série entière sont le plus généralement connus. L’absence du premier terme n’est pas toujours prise en compte.

Question 3. L’existence de l’espérance vient de l’absolue convergence de la série. Chez bon nombre de candidats, le théorème de transfert donne systématiquement l’existence de l’espérance de *f(X)* lorsque *X* admet une espérance, ce qui est bien sûr inexact. La valeur de l’espérance est donnée par une moitié des candidats.

Question 6. Les correcteurs ont été surpris par le grand nombre de copies dans lesquelles figuraient les arguments suivants : un produit de variables aléatoires admettant une espérance, admet une espérance, la linéarité de l'espérance donne que l'espérance d'un produit est le produit des espérances. L'espérance d'une constante est nulle. Bien sûr, tous ces arguments sont incorrects.

Question 7. Question très inégalement traitée ; seul le dernier point est généralement correct.

Question 8. L'inégalité est rarement prouvée. En revanche l'application à la variable aléatoire est souvent juste.

Question 9. Il suffisait ici de combiner les résultats des questions précédentes.

Question 10. Cette question est abordée dans presque toutes les copies. La dérivation d'un produit est parfois égale au produit des dérivées. La donnée d'un tableau de variation est nettement préférable à un long discours filandreux. La seconde partie de la question n'est pas toujours convaincante.

Question 11. La première partie de l'étude est rarement correcte. La suite est peu abordée.

Question 12. On trouve souvent l'assertion : $\lfloor x \rfloor$ est équivalent à $\lfloor x \rfloor + k$, ce qui est vrai, donc $\lfloor x \rfloor !$ est équivalent à $(\lfloor x \rfloor + k)!$, ce qui est faux.

Question 13. Dans la plupart des copies traitant cette question, on invoque la décroissance de la suite, ce qui contredit le résultat de Q10.

Question 14. Peu de réponses correctes.

Question 15. Cette question est souvent abordée et correctement traitée dans une moitié des copies.

Questions 16 et 17. Peu de réponses satisfaisantes à ces questions.

Question 18. La majorité des candidats aborde cette question. La suite (c_n) n'est pas toujours explicitée. Le rayon de convergence de la série entière est rarement étudié.

Question 19. La formule de Stirling est souvent citée et parfois utilisée à bon escient.