

Création d'un synthétiseur analogique rudimentaire

Les synthétiseurs analogiques reposent sur un principe simple : à partir de quelques composants électroniques élémentaires – oscillateurs, filtres, amplificateurs – il est possible de générer une grande variété de sons, parfois d'une complexité étonnante.

Dès 1970, le Minimoog, présenté en figure 1, a marqué une étape décisive : l'un des premiers synthétiseurs portables, il intégrait un clavier numérique qui permettait d'associer directement chaque touche à la fréquence correspondante, facilitant ainsi son utilisation par les musiciens. La conception de tels dispositifs pose néanmoins plusieurs défis techniques : assurer une correspondance précise entre touches et fréquences, maintenir la stabilité des oscillateurs malgré les variations de température et protéger les circuits contre les contraintes électriques et thermiques.



Figure 1 – Minimoog 44 touches sorti en 1970, l'un des premiers synthétiseurs analogiques portables équipés d'un clavier numérique.

Dans ce sujet, on se place dans un cadre simplifié où l'on étudie la conception d'un synthétiseur analogique rudimentaire, en mettant en évidence ces problématiques de génération de signal, de contrôle thermique et de fiabilité des circuits imprimés.

Certaines questions, peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Elles sont repérées par un soulignement de leur numéro. Il est alors demandé d'expliquer clairement la démarche, les choix et de les illustrer, le cas échéant, par un schéma. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de ces questions.

Le problème comporte 3 parties indépendantes. Dans tout le sujet, les amplificateurs linéaires intégrés (ALI) seront supposés d'impédance d'entrée infinie et d'impédance de sortie nulle. En mode linéaire, leur gain est considéré comme infini. Le traitement des questions ne nécessite aucune connaissance théorique préalable des transistors et de la théorie musicale. Un formulaire et les données sont regroupés en fin d'énoncé.

Partie A – Création d'un synthétiseur analogique

Un synthétiseur analogique fonctionne en générant et en modulant des signaux électriques pour produire des sons variés. Deux éléments centraux composent un synthétiseur : un clavier permettant de choisir les notes produites et un oscillateur. Ce dernier permet de générer des signaux périodiques aux différentes fréquences audibles par l'humain. Dans cette partie, on cherche à concevoir une chaîne de génération sonore inspirée des synthétiseurs analogiques classiques. L'objectif est de produire un son dont la hauteur est déterminée par la tension générée par des touches de clavier d'un piano numérique, afin de simuler le fonctionnement d'un véritable clavier musical.

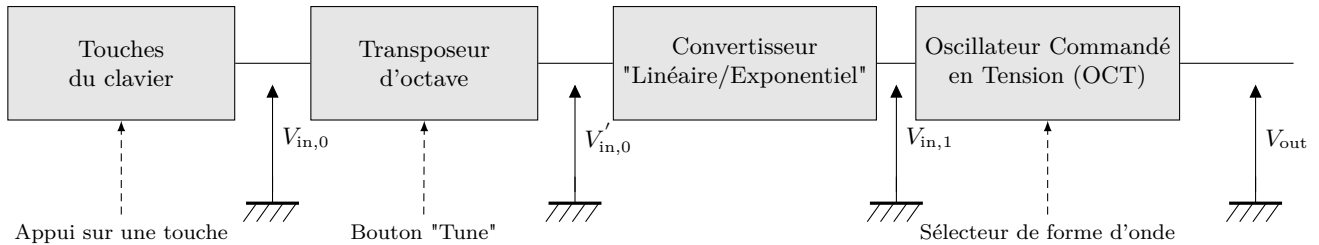


Figure 2 – Extrait d'un diagramme simplifié de fonctionnement d'un synthétiseur analogique rudimentaire. L'utilisateur peut modifier le fonctionnement des blocs à l'aide des boutons du synthétiseur.

I – Des touches de clavier à l'oscillateur

I.1 – Convertisseur "Linéaire/Exponentiel"

Un clavier est constitué de touches sur lesquelles l'utilisateur appuie pour produire une note. Cette note est identifiée par sa fréquence fondamentale (par exemple, un La_3 correspond à la fréquence de 440 Hz). Deux notes successives sont séparées d'un demi-ton, ce qui correspond à un rapport de fréquences de $\sqrt[12]{2}$. Deux notes séparées d'un octave sont séparées de douze demi-tons. Le La_4 est par exemple situé à une octave au-dessus du La_3 .

Lors d'un appui sur une touche, une tension de contrôle $V_{in,0}$ est générée et est, après ajustement, appliquée à l'Oscillateur Commandé en Tension (OCT). On prend comme base une tension de -5 V pour la fréquence associée au La_0 . La tension générée augmente de 1 V pour le passage à l'octave supérieure. Par exemple, une tension de -1 V aura pour effet de créer un La_4 .

On suppose dans cette partie que le bloc "Transposeur d'octave" ne modifie pas le signal généré par les touches du clavier et on considère donc que $V'_{in,0} = V_{in,0}$. L'OCT quant à lui génère un signal périodique V_{out} dont la fréquence est proportionnelle à $V_{in,1}$.

Q1. Expliquer la nécessité d'un bloc Convertisseur "Linéaire/Exponentiel" présenté figure 2. Déterminer la relation entre $V_{in,0}$ et $V_{in,1}$ sous la forme

$$V_{in,1} = g(V_{in,0}) \text{ avec } g(V_{in,0}) = V_{ref} \exp(\alpha V_{in,0}).$$

Évaluer numériquement la constante α .

Une manière simple de reproduire analogiquement la fonction g est d'utiliser un transistor, comme représenté sur la figure 3.

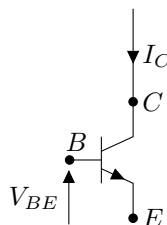


Figure 3 – Schéma de principe d'un transistor bipolaire (BJT) de type NPN.

En appliquant une tension V_{BE} entre la base B et l'émetteur E , le courant au niveau du collecteur (point C) s'écrit, par la relation d'Ebers-Moll approchée, sous la forme

$$I_C = I_S(T) \cdot \exp\left(\frac{V_{BE}}{v(T)}\right), \text{ en posant } v(T) = \frac{k_B T}{q}$$

où k_B est la constante de Boltzmann, q la charge électrique élémentaire et T la température. L'intensité $I_S(T)$, appelée courant de saturation inverse du transistor, double de valeur lorsque la température augmente de 10°C . Il est possible, par un circuit non détaillé ici, d'obtenir une tension $V_{in,1}$ proportionnelle à I_C .

Q2. Déterminer la variation de tension ΔV_{BE} qui permet d'augmenter d'une octave la fréquence émise par l'OCT en fonction de $v(T)$. Calculer ΔV_{BE} à 20°C .

On ajoute, en amont du transistor, deux résistances R et R' . L'intensité I_B au niveau de la base du transistor est supposée négligeable par rapport aux autres intensités du circuit et sera prise nulle pour toute la suite.

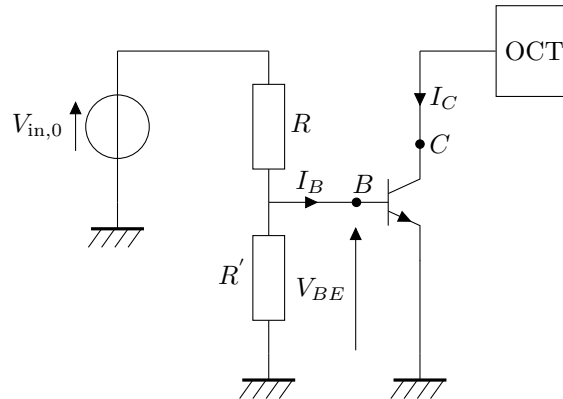


Figure 4 – Bloc "Linéaire/Exponentiel" simplifié, avec $R = 56,0 \text{ k}\Omega$, et $R' = 1,00 \text{ k}\Omega$.

Q3. Montrer que l'ajout des résistances permet de créer un bloc Convertisseur "Linéaire/Exponentiel", en considérant une température de travail de 20°C .

I.2 – Compensation de température

Le transistor utilisé pour la conversion linéaire/exponentielle chauffe lorsqu'il fonctionne, ce qui modifie ses propriétés physiques et peut entraîner une dérive de la fréquence de l'oscillateur, provoquant un désaccord progressif entre les notes du clavier. Une oreille humaine bien entraînée peut détecter une variation relative d'environ $0,0035$ entre deux notes successives.

Q4. Avec des composants à 30°C , analyser séparément comment les variations de $I_S(T)$ et de $v(T)$ influencent un La_3 initialement joué à 20°C .

Afin de résoudre ce problème, deux solutions, toutes deux utilisées en pratique, sont étudiées par la suite : rajouter des ailettes de refroidissement, ce qui sera étudié dans la Partie B, ou modifier le circuit électronique, ce que nous nous proposons de faire ici.

On complète le circuit électronique de la figure 4 en rajoutant un deuxième transistor comme représenté figure 5. Les émetteurs des deux transistors étant reliés, le courant de saturation inverse $I_S(T)$ est identique pour chacun d'eux. Le courant I_{C1} est fourni par un générateur de courant d'intensité constante, tandis que I_{C2} est relié au bloc "OCT". La tension $V_{in,1}$ est proportionnelle à I_{C2} .

Q5. Exprimer I_{C2} en fonction de I_{C1} , V_B et $v(T)$.

Q6. Quelle amélioration présente ce circuit par rapport au circuit de la figure 4 ?

Q7. En prenant pour base un fonctionnement à 20°C , calculer la variation de température acceptable pour le synthétiseur. Commenter.

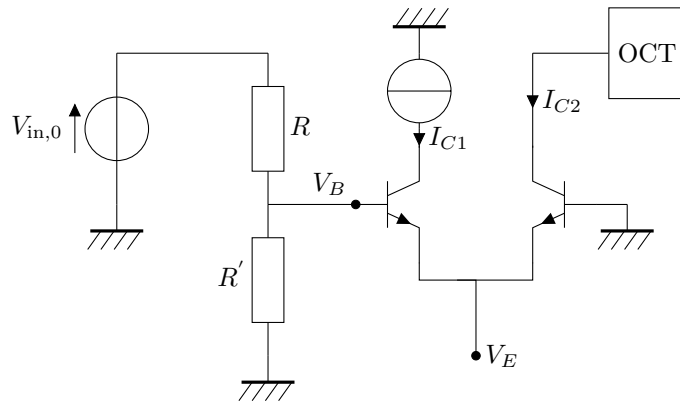


Figure 5 – Bloc "Linéaire/Exponentiel" à compensation de température.

Les constructeurs de synthétiseurs analogiques apportent une deuxième modification en remplaçant une ou plusieurs résistances par des thermistances CTP, des dipôles résistifs dont la résistance augmente avec la température. La relation résistance-température d'une thermistance usuelle utilisée dans les synthétiseurs est donnée par la formule :

$$R(T) = R_{T_0}(1 + K \times (T - T_0)),$$

avec T_0 une température de référence, R_{T_0} la résistance électrique à la température de référence, et K un coefficient nommé "CTP" (*Coefficient de Température Positif*) supposé indépendant de la température. On dispose de différents jeux de thermistances fournis avec la datasheet suivante :

CTP (10^{-6} K^{-1})	Précision CTP	Résistance $R_{20 \text{ °C}}$ à 20 °C (Ω)	Précision sur $R_{20 \text{ °C}}$
500 600 700 800 900	$\pm 20 \%$	500	$\pm 1 \%$
1000 1200 1500 1800 2000 2200	$\pm 15 \%$	500	$\pm 1 \%$
2400 2700 2800 3000 3300	$\pm 10 \%$	500	$\pm 1 \%$
3600 3900 4200 4500	$\pm 10 \%$	500	$\pm 1 \%$

Q8. En considérant $R' \ll R$ et en prenant toujours pour base un fonctionnement à 20 °C , proposer une modification du circuit présenté en figure 5 permettant de compenser au mieux possible la variation de température. Déterminer alors la variation de température acceptable pour le synthétiseur avec le nouveau circuit proposé. Conclure.

I.3 – Transposition d’octave

En réalité, les synthétiseurs analogiques usuels n’ont pas un nombre de touches suffisant pour jouer sur 10 octaves (le synthétiseur Minimoog présenté figure 1 ne possède que 3 octaves et demie). Pour résoudre ce problème, le bouton "Tune" du Minimoog permet de changer la tension de contrôle associée à une touche du clavier en tournant le sélecteur sur cinq positions différentes (-2, -1, 0, 1 ou 2) et est relié à un circuit électronique présenté figure 7.

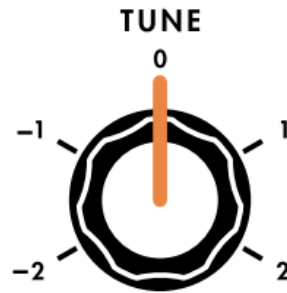


Figure 6 – Bouton "Tune" du synthétiseur Minimoog.

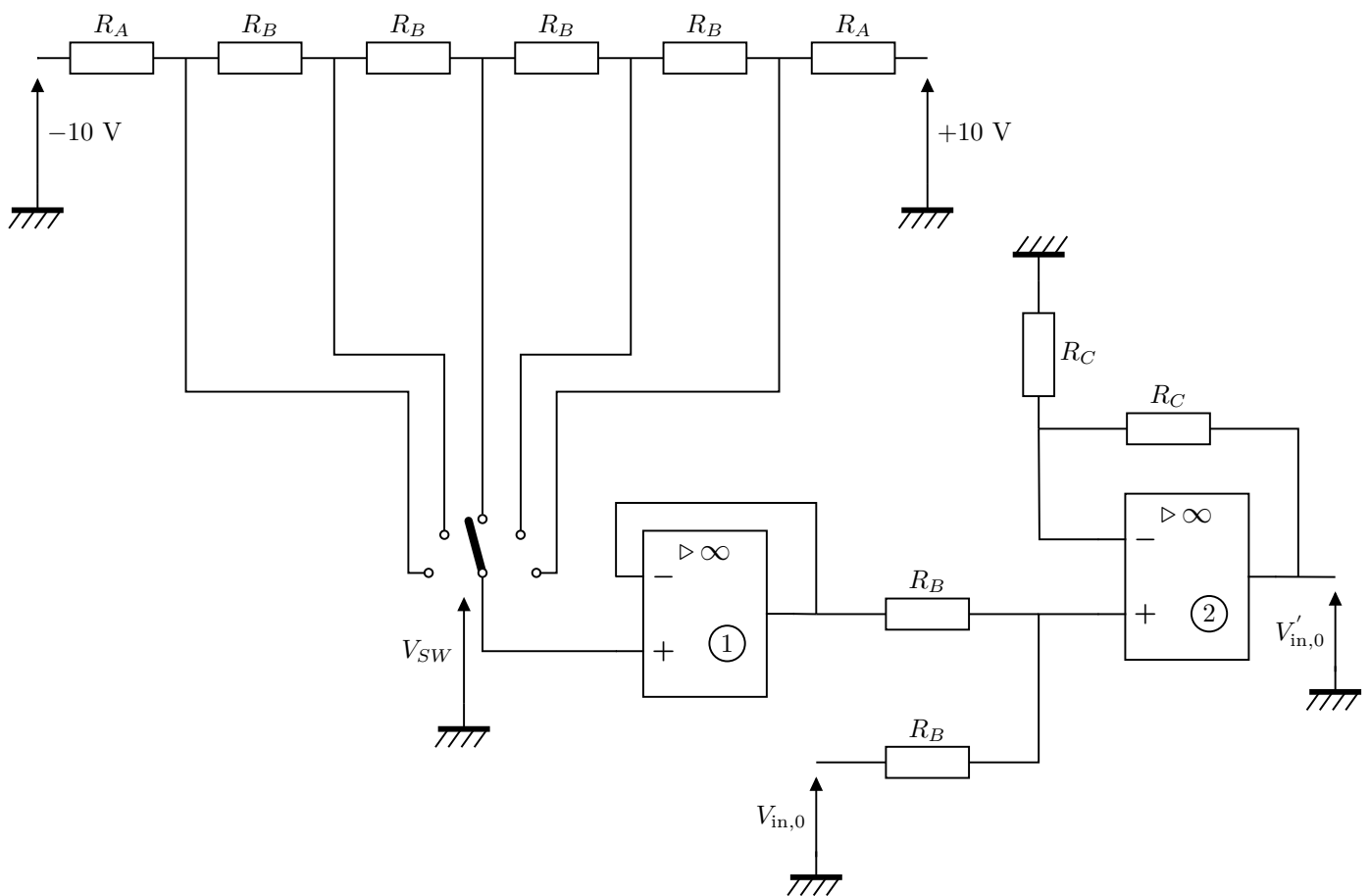


Figure 7 – Schéma électrique simplifié d’un transposeur d’octave "3U Octave Transposer - Elby Design", avec $R_B = 10,0 \text{ k}\Omega$ et $R_C = 5,00 \text{ k}\Omega$. La rotation du bouton « Tune » entraîne celle du commutateur.

- Q9. Dans quel(s) régime(s) fonctionnent les deux ALI de la figure 7? Préciser dans ce cas le modèle de l’ALI idéal.
- Q10. Déterminer la valeur de la résistance électrique R_A telle que la tension V_{SW} prenne successivement les valeurs -2 V, -1 V, 0 V, +1 V ou +2 V selon la position du commutateur.
- Q11. Quel est le rôle de l’ALI (1) situé juste après le commutateur ?
- Q12. Montrer que le montage de l’ALI (2) est un sommateur et que le circuit permet effectivement de modifier l’octave de la note jouée.

II – Oscillateur commandé en tension

Un OCT, ou oscillateur commandé en tension (la dénomination la plus couramment utilisée est VCO pour *Voltage Controlled Oscillator*), est un circuit électronique capable de produire un signal périodique dont la fréquence dépend directement de la tension appliquée à son entrée. Ce type d'oscillateur est couramment utilisé, seul ou en plusieurs exemplaires, dans les synthétiseurs analogiques. La tension de commande est déterminée par la touche pressée sur le clavier, ce qui permet à l'oscillateur d'ajuster sa fréquence afin de produire les différentes hauteurs correspondant aux notes de la gamme musicale. Un exemple simplifié d'un OCT est présenté figure 8.

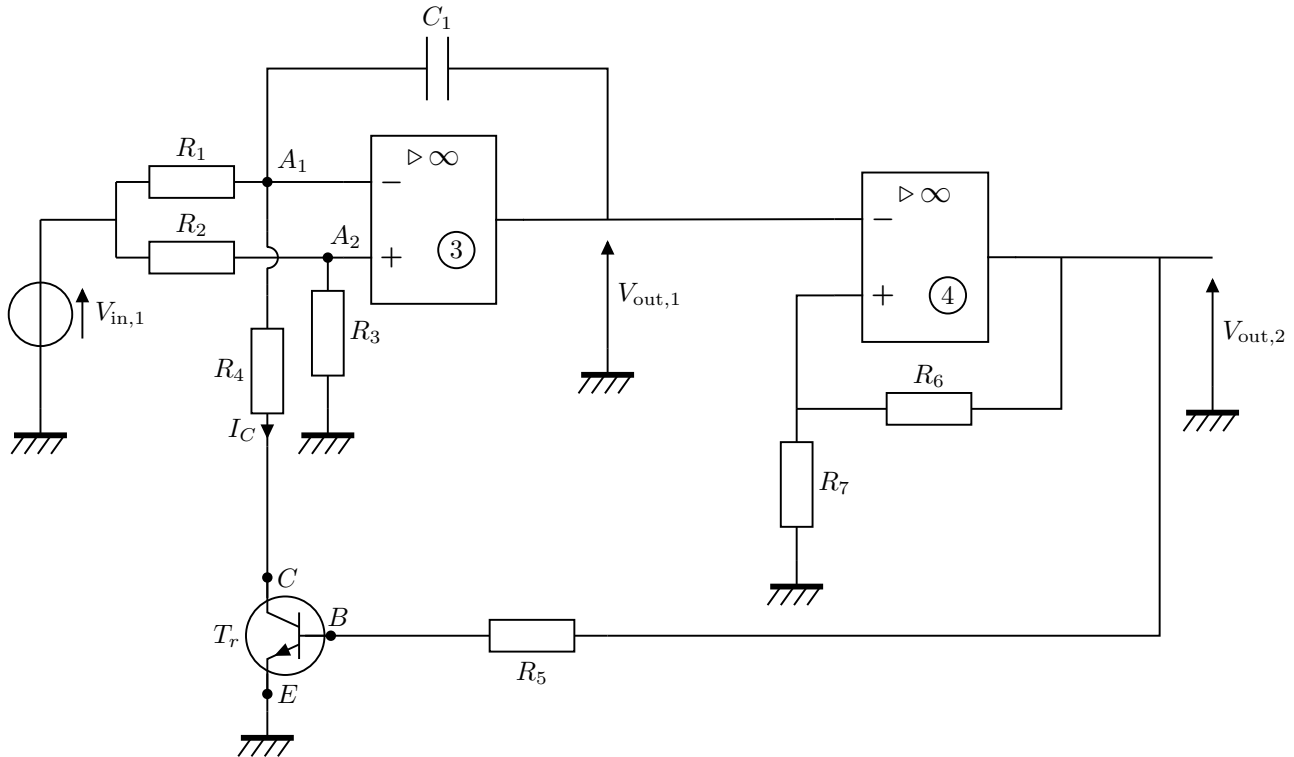


Figure 8 – Schéma électrique d'un OCT classique. R_1 et R_4 sont reliées en A_1 indépendamment de R_2 et R_3 qui sont reliées en A_2 .

On note V_{sat} la tension de saturation des ALI, avec $V_{\text{sat}} = 15$ V. La tension de commande $V_{\text{in},1}$ est supposée constante et strictement positive.

Q13. En justifiant votre réponse, identifier le régime de fonctionnement de l'ALI (4). Quelle(s) conséquence(s) immédiate(s) cela engendre-t-il ?

Selon la valeur de la tension V_{BE} entre la base du transistor (point B) et la masse (point E), on peut distinguer deux phases de fonctionnement du transistor T_r :

- **phase active** : lorsque V_{BE} est positive, la jonction entre C et E est équivalente à un fil ;
- **phase bloquante** : lorsque V_{BE} est négative, le courant I_C en C est nul.

La résistance R_5 sert à induire un courant suffisant à la base du transistor et n'intervient pas dans les calculs. On admet ainsi que les tensions V_{BE} et $V_{\text{out},2}$ sont toujours de même signe.

On suppose d'abord que le transistor fonctionne initialement en phase bloquante.

Q14. Déterminer $V_{\text{out},1}(t)$ en fonction de R_1 , C_1 , R_2 , R_3 , $V_{\text{in},1}$, t et d'une constante que l'on déterminera ultérieurement.

Q15. Déterminer, en fonction de V_{sat} , R_6 et R_7 la tension positive de basculement V_{haut} de l'ALI (4) et sa tension négative de basculement V_{bas} . Représenter graphiquement l'évolution de $V_{\text{out},2}$ en fonction de $V_{\text{out},1}$.

Q16. On suppose que $V_{\text{out},1}(t = 0) = -V_{\text{bas}} > 0$ à l'instant initial. En déduire l'instant t_1 à partir duquel l'ALI (4) change d'état (bascule). Que se passe-t-il alors ?

Q17. Déterminer $V_{\text{out},1}(t)$ pour $t > t_1$ tant que l'ALI (4) reste dans le même état. Quelle condition sur R_4 permet d'obtenir des oscillations symétriques ? On supposera cette condition vérifiée par la suite.

Q18. On suppose que $R_6 = R_7$. En déduire que la fréquence f de fonctionnement de l'OCT est donnée par

$$f = \frac{1}{2R_1C_1} \frac{R_2}{R_2 + R_3} \frac{V_{in,1}}{V_{sat}}$$

Q19. Représenter schématiquement les évolutions temporelles des tensions $V_{out,1}$ et $V_{out,2}$.

Q20. La fiche technique des ALI utilisés indique une vitesse de balayage maximale de $0,3 \text{ V}/\mu\text{s}$ en contre-réaction négative. Décrire ce que cela signifie et en déduire une borne supérieure de la fréquence de fonctionnement de l'OCT. Commenter.

Partie B – Contrôle de température au sein d'un synthétiseur analogique

Les variations de température influent sur la stabilité des composants d'un synthétiseur analogique. L'utilisation d'ailettes de refroidissement sur les transistors permet de limiter ces effets. Ce sont de petits dissipateurs thermiques, généralement en aluminium, posés directement sur le transistor et qui augmentent la surface d'échange avec l'air. Cela permet d'évacuer plus efficacement l'énergie et de stabiliser la température des composants. Ces ailettes sont souvent couplées à des ventilateurs pour renouveler l'air en contact avec elles. Ce contrôle thermique est essentiel pour garantir la stabilité des fréquences associées aux notes du synthétiseur. Le dimensionnement correct de ces ailettes est important pour des raisons techniques mais aussi économiques.

On modélise une de ces ailettes par un pavé droit de longueur ℓ , de largeur L et d'épaisseur e , avec $e \ll \ell$ et $e \ll L$. On note ρ la masse volumique de l'ailette, c sa capacité thermique massique, λ sa conductivité thermique et $T(x, t)$ le champ de température. La base de l'ailette en $x = 0$ est reliée au transistor de température T_1 supposée constante et on suppose que le contact thermique y est parfait. Partout ailleurs, l'ailette est en contact avec l'air à température T_a uniforme, avec $T_a < T_1$. On suppose que le gradient transverse de température est suffisamment faible pour que, sur la section droite d'abscisse x , la température $T(x, t)$ puisse être considérée uniforme.

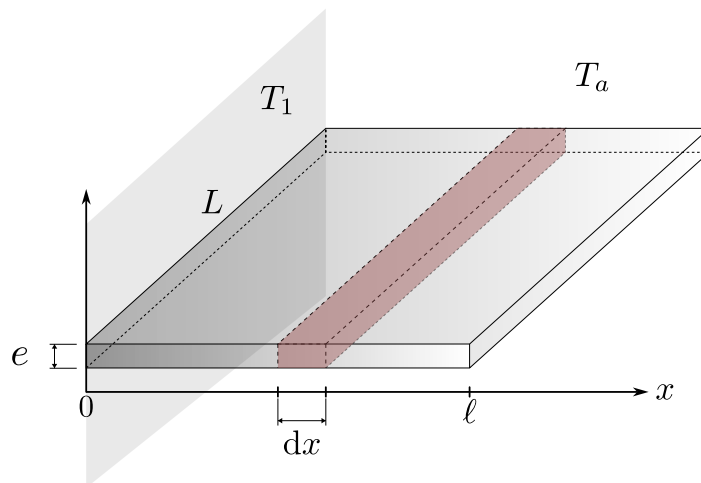


Figure 9 – Modélisation d'une ailette en contact avec un transistor.

En régime permanent, la surface de l'ailette échange un transfert conducto-convectif avec l'air ambiant. Ce transfert est modélisé par la loi de Newton : la puissance thermique traversant une surface dS de l'interface s'écrit $hdS(T_{S1} - T_{S2})$, où h désigne le coefficient de transfert conducto-convectif et T_{S1} et T_{S2} les températures de part et d'autre de l'interface. On considère comme système la tranche de l'ailette entre les abscisses x et $x + dx$, comme représenté sur la figure 9.

Q21. Déterminer précisément la puissance fournie par le système à l'air au travers des échanges conducto-convectifs en fonction de h , T_a , $T(x, t)$ et de paramètres géométriques.

Q22. En effectuant un bilan énergétique en régime stationnaire, prouver que le champ de température vérifie

$$\frac{d^2T}{dx^2}(x) - m^2T(x) = -m^2T_a$$

Exprimer m en fonction de h , λ et e , en considérant $m > 0$.

Q23. Quelle condition limite le champ de température vérifie-t-il en $x = 0$?

En ce qui concerne la condition limite en $x = \ell$, plusieurs possibilités peuvent être envisagées :

- Hypothèse 1 - L'ailette est supposée suffisamment longue selon l'axe \vec{u}_x pour pouvoir considérer $m\ell \gg 1$;
- Hypothèse 2 - Le transfert thermique par diffusion est considéré nul en $x = \ell$;
- Hypothèse 3 - Le transfert thermique en $x = \ell$ se fait par conducto-convection.

Q24. Écrire, pour chaque hypothèse, la condition limite associée à T en $x = \ell$. Laquelle de ces hypothèses vous semble la plus réaliste ? Justifier.

Q25. Sous l'hypothèse 1, déterminer le champ de température $T(x)$. Exprimer ensuite $\tilde{T}(x) = \frac{T(x) - T_a}{T_1 - T_a}$ en fonction de m et x , puis tracer $\tilde{T}(x)$.

On se place dans la suite sous l'hypothèse 2.

Q26. Déterminer $\tilde{T}(x)$.

Q27. Déterminer le flux thermique total Φ évacué par l'ailette.

Q28. On pose Φ_u le flux thermique qui serait évacué par l'ailette si sa température était en tout point égale à la température de la base T_1 . Sans calcul, déterminer lequel de Φ ou de Φ_u est le plus élevé.

Q29. On définit le rendement thermique de l'ailette par $\eta = \Phi/\Phi_u$. Pourquoi peut-on assimiler cette grandeur à un rendement ?

Q30. Montrer alors que

$$\eta = \frac{\tanh(m\ell)}{m\ell},$$

avec \tanh la fonction tangente hyperbolique définie en fin d'énoncé.

Les calculs sous l'hypothèse 3 sont plus complexes, mais la formule précédente reste applicable en remplaçant ℓ par $\ell_c = \ell + e/2$. Il est également possible de réaliser les mêmes calculs pour d'autres configurations d'ailettes. La figure 10 illustre ces différentes configurations géométriques ainsi que leur rendement thermique. Des contraintes techniques imposent que les ailettes intégrées aux synthétiseurs analogiques compacts aient des dimensions maximales de $L = 20$ mm, $\ell = 15$ mm et $e = 2$ mm.

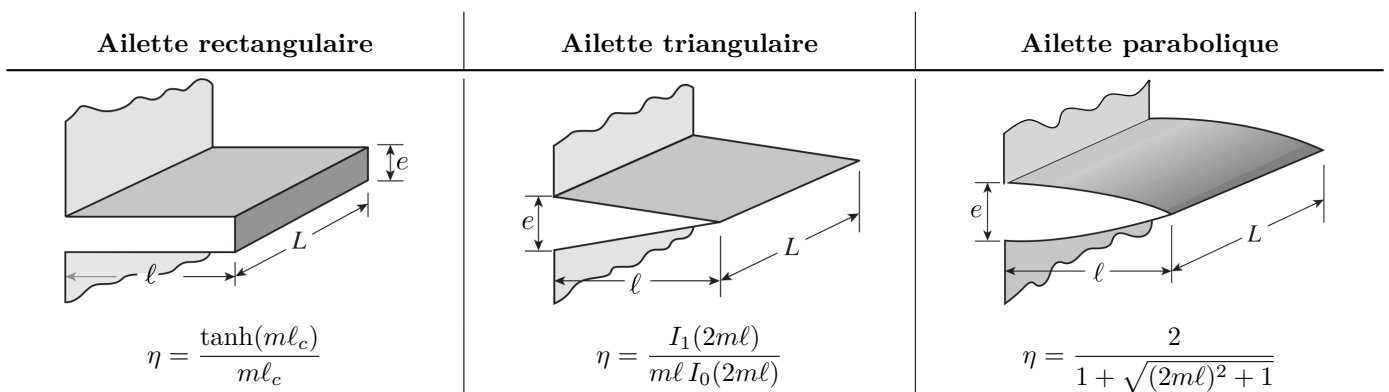


Figure 10 – Différentes géométries d'ailettes (rectangulaire, triangulaire, parabolique) et expressions de leur rendement thermique. Les fonctions I_0 et I_1 correspondent aux fonctions de Bessel modifiées de première espèce.

Q31. En vous aidant du formulaire en fin d'énoncé, déterminer la forme d'ailette permettant d'obtenir la dissipation thermique la plus efficace.

Q32. En complément des ailettes, des systèmes de ventilation peuvent être utilisés. Quel type d'écoulement d'air faut-il privilégier pour maximiser les échanges thermiques ? Justifier.

Partie C – Protection par couches minces de composés du silicium

Dans les synthétiseurs analogiques, les circuits imprimés constituent le cœur électronique de l'instrument et doivent être protégés contre l'humidité, la poussière et l'oxydation afin de garantir leur stabilité et leur longévité. Pour cela, on utilise souvent des couches de protection minces déposées à la surface, comme du dioxyde de silicium SiO_2 ou du nitrure de silicium Si_3N_4 . On se propose d'étudier deux aspects de la chimie de chacun de ces composés.

I – Thermodynamique et cinétique de formation du nitrure de silicium

Q33. Écrire l'équation-bilan de formation du nitrure de silicium à partir de silicium et de diazote, en prenant un coefficient stoechiométrique égal à 1 pour Si_3N_4 . Montrer que cette réaction est quantitative à 298 K.

Q34. En introduisant les réactifs en proportions stoechiométriques dans un réacteur calorifugé sous 1 bar, déterminer la température finale. Conclure.

Dans les conditions expérimentales réelles, le silicium n'est jamais parfaitement pur : les poudres industriellement disponibles sont constituées d'un mélange de composés (voir formulaire en fin d'énoncé). On propose ici d'étudier la cinétique de formation du nitrure de silicium à partir de cette poudre. On place un échantillon contenant une masse $W^0 = 834$ g de poudre de silicium dans un réacteur isotherme. Après chauffage de la poudre à la température souhaitée sous une atmosphère inerte d'argon, on fait circuler dans le four du diazote extrêmement pur (99,999 %). Afin de suivre l'avancement de la réaction, on mesure la masse W de l'échantillon au cours du temps (mesure thermogravimétrique) et on note $\Delta W = W - W^0$ la variation de masse par rapport à l'instant initial (on supposera que le gaz n'introduit aucun changement significatif de masse). On définit le taux de nitruration par

$$\alpha = \frac{\Delta W_{\text{Si}}}{W_{\text{Si}}^0},$$

avec W_{Si}^0 la masse initiale de Si dans l'échantillon, et ΔW_{Si} la masse de Si consommée au cours de la réaction.

Q35. Montrer que

$$\alpha = \beta \frac{\Delta W}{W^0},$$

avec β un facteur numérique à identifier.

La figure 11 présente les résultats obtenus pour une gamme de température comprise entre 1300 et 1500 °C.

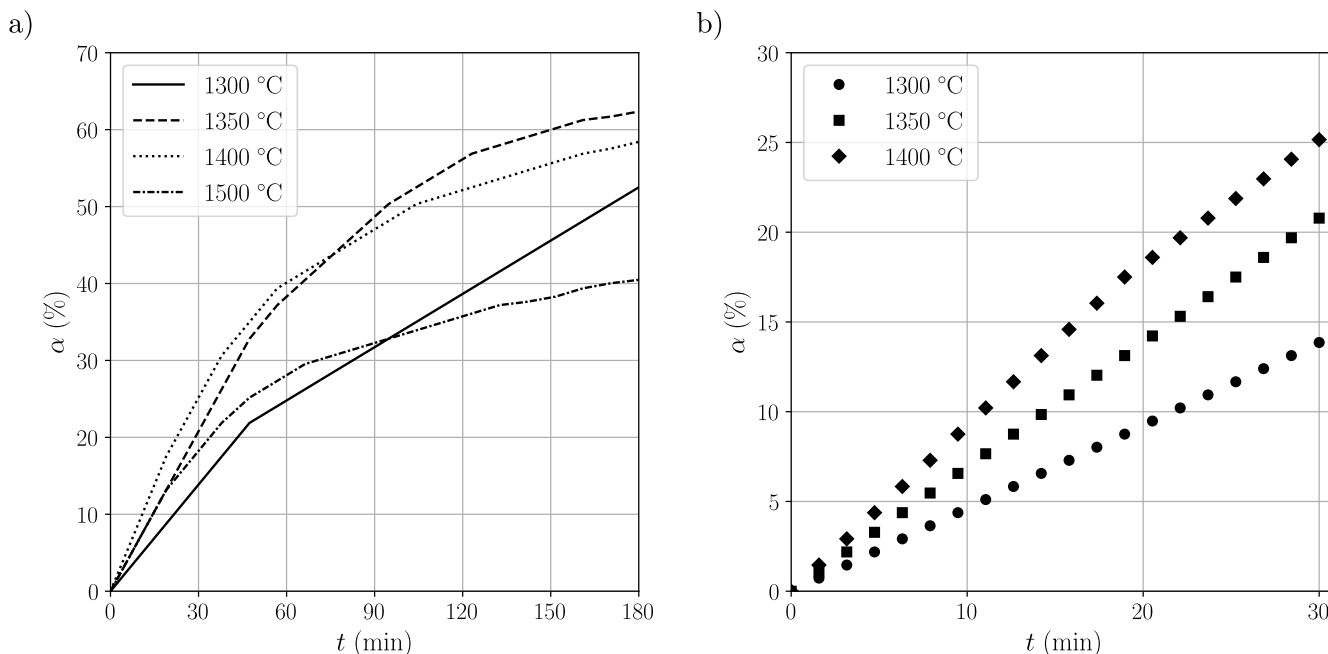


Figure 11 – a) Taux de nitruration pour différentes températures du réacteur. b) Même courbe étudiée entre 0 et 30 minutes.

Q36. Expliquer pourquoi la nitruration du silicium cesse d'être favorisée au-delà d'une certaine température en citant deux phénomènes pouvant en être responsables.

On s'intéresse à la formation de Si_3N_4 au début de l'expérience. La figure 11-b) présente l'évolution du taux de nitruration jusqu'à $t = 30$ min.

Q37. On suppose que la réaction de formation de Si_3N_4 aux temps courts ($t \leq 30$ minutes) suit une loi d'ordre 0. Identifier l'expression de $\alpha(t)$ en fonction notamment de la constante de vitesse k (en considérant la vitesse molaire de réaction).

Q38. Rappeler la loi d'Arrhénius. Définir clairement les grandeurs qui y apparaissent et préciser leurs unités.

Q39. À partir des résultats expérimentaux de la figure 11-b), déterminer numériquement les paramètres introduits dans la loi d'Arrhenius.

II – Formation de dioxyde de silicium sur un circuit imprimé

On s'intéresse à la croissance d'une couche de dioxyde de silicium SiO_2 sur un substrat de silicium Si par exposition à un oxydant (dioxygène gazeux ou vapeur d'eau) à haute température dans un four. On note respectivement C_g , C_s et C_i la concentration molaire volumique d'oxydant dans le gaz, à la surface du dioxyde de silicium et à l'interface avec le silicium (figure 13). Le modèle de Deal-Grove suppose que le processus global de formation de SiO_2 peut être décomposé en trois étapes successives :

- **Étape 1** - Transport de l'oxydant depuis le gaz ambiant jusqu'à la surface de SiO_2 . Ce transport est modélisé par un coefficient de transfert h_g associé à un flux molaire surfacique

$$J_g = h_g(C_g - C_s),$$

- **Étape 2** - Diffusion de l'oxydant à travers la couche d'oxyde SiO_2 , de flux molaire surfacique :

$$J_d = \frac{D}{x(t)}(C_s - C_i)$$

où D est le coefficient de diffusion de l'oxydant dans l'oxyde, et $x(t)$ l'épaisseur du dioxyde de silicium.

- **Étape 3** - Réaction chimique à l'interface Si/ SiO_2 , de flux molaire surfacique

$$J_r = k_i C_i$$

où k_i est la constante de vitesse de réaction à l'interface associée à la formation de SiO_2 .

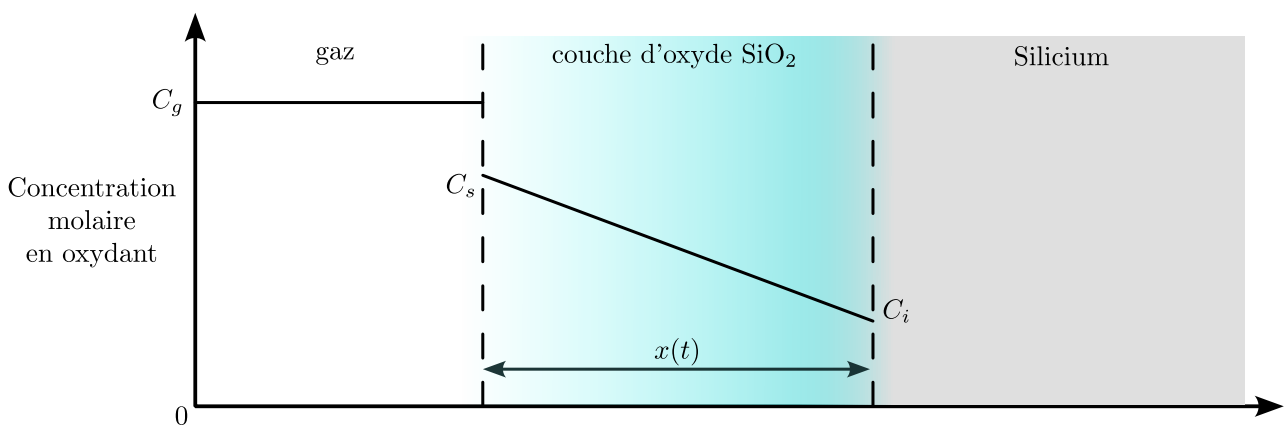


Figure 12 – Évolution de la concentration molaire en oxydant à proximité de la couche de silicium.

On se place en régime quasi-stationnaire. Les concentrations molaires C_g , C_s et C_i seront toutes supposées constantes. Initialement, une fine couche de SiO_2 d'épaisseur x_0 est formée à la surface du silicium.

Lors de la formation de SiO_2 en utilisant de la vapeur d'eau, un dégagement gazeux est observé.

Q40. Écrire la réaction de formation de SiO_2 à partir de dioxygène, puis à partir de H_2O . Justifier le terme d'oxydant employé pour ces deux composés.

Q41. Quelle est l'unité de h_g ?

On définit N_v comme le nombre de moles d'oxydant consommés par unité de volume de SiO_2 formé.

Q42. Déterminer N_v pour le dioxygène et pour la vapeur d'eau. Calculer le nombre de moles d'oxydant nécessaires à la formation de 1 cm^3 de SiO_2 .

Q43. Justifier que le flux molaire surfacique est uniforme dans l'ensemble de la structure. Démontrer alors que l'épaisseur x de la couche d'oxyde suit une loi de la forme

$$x^2(t) + A x(t) = B \times (t + \tau).$$

Identifier les constantes A , B et τ en fonction de N_v , D , h_g , k_i , C_g et x_0 .

Q44. Exprimer $x(t)$. Identifier deux régimes de croissance de la couche de dioxyde en considérant le comportement asymptotique

$$t + \tau \ll \frac{A^2}{4B} \text{ puis } t + \tau \gg \frac{A^2}{4B}$$

Représenter alors de façon asymptotique l'évolution de $x(t)$.

Q45. Comparer le temps caractéristique de diffusion issu de l'étape 2 au temps caractéristique de croissance de la couche de SiO_2 . Sous quelle condition peut-on se placer en régime quasi-stationnaire ?

Données et formulaire

Données numériques partie A

Constante de Boltzmann $k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$
 Charge électrique élémentaire $q = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$

Données numériques partie B

Coefficient de transfert conducto-convectif $h = 50 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$

Propriétés de l'aluminium :

Capacité thermique massique $c = 900 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
 Conductivité thermique $\lambda = 215 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$
 Masse volumique $\rho = 2,70 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Données numériques partie C

Constante d'Avogadro $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
 Masse molaire du silicium $M_{\text{Si}} = 28,1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
 Masse molaire de l'azote $M_{\text{N}} = 14,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
 Masse molaire de l'oxygène $M_{\text{O}} = 16,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
 Température de fusion du silicium $T_{\text{fus}}(\text{Si}) = 1414 \text{ }^\circ\text{C}$
 Température de fusion du nitrure de silicium $T_{\text{fus}}(\text{Si}_3\text{N}_4) = 1900 \text{ }^\circ\text{C}$
 Masse volumique du dioxyde de silicium $\rho_{\text{SiO}_2} = 2,20 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Composition chimique de la poudre de silicium (pourcentage en masse) -

Si	Fe	Cu	Al	Ti	Zr	V	Mn	O	Cl	C	Ca	P	S	N
68,56	9,52	3,39	1,25	1,05	0,131	0,127	0,114	7,90	4,29	2,60	0,636	0,144	0,054	0,039

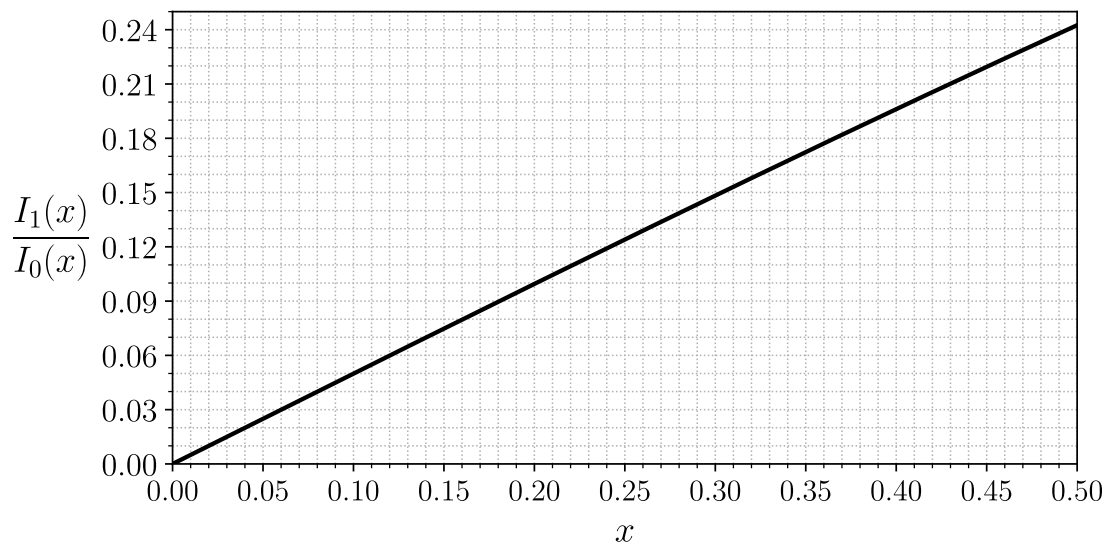
Grandeurs thermodynamiques standard à 298 K - On note $\Delta_f H^\circ$ l'enthalpie molaire standard de formation, S_m° l'entropie molaire standard et C_{pm} la capacité thermique molaire à pression constante

Espèce	$\Delta_f H^\circ$ (kJ · mol ⁻¹)	S_m° (J · K ⁻¹ · mol ⁻¹)	C_{pm} (J · K ⁻¹ · mol ⁻¹)
Si (s)		18,8	23,9
N ₂ (g)		192	29,1
Si ₃ N ₄ (s)	-828	113	99,5

Formulaire

Fonction tangente hyperbolique $\tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

Rapport des fonctions de Bessel modifiées de première espèce $I_1(x)/I_0(x)$:



◇ Fin ◇